２ ２次方程式の実数解の個数

～判別式を使って解の個数を見破ろう！～



学年：　　年　　組　　番

氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

［授業記録］

授業日①　　月　　日（　　）

授業日②　　月　　日（　　）

Gemini Notebook

Math Quest Journal

Mission 1: 解の公式の『ルートの中身』に注目せよ！

【用語Check】方程式の実数の解を、単に「　　」という。

【例5】解の公式を使って、次の3つの2次方程式を比べてみよう。

(1) $x^2+3x+1=0$ の解は

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{\square}}{2}$$

よって、異なる「　」個の実数解をもつ。

(2) $x^2+2x+1=0$ の解は

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}$$

$$=\frac{-2\pm\sqrt{\square}}{2}=-1$$

よって、ただ「　」個の実数解をもつ。

(3) $x^2+x+1=0$ について、解の公式を利用すると

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{\square}}{2}$$

根号内が負の数になるから、実数解を「　　」。

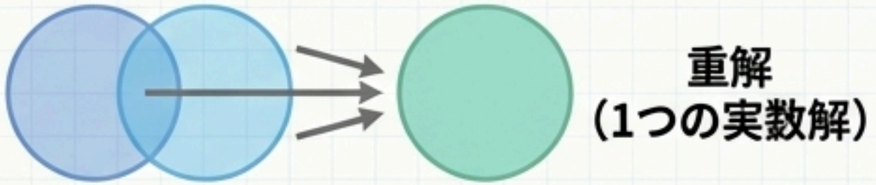
Gemini Notebook

Math Quest Journal

Mission 2: 判別式Dを使いこなせ！

【用語Check】重解 （じゅうかい）

例5(2) の $x = -1$ のような解を、2個の実数解が重なったものと考えて「重解」という。



※注意：解は2個あるわけではなく、実数解の個数としては1個！

【重要アイテム：判別式】

一般に、2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の実数解の個数は、解の公式の根号内「$b^2 - 4ac$」の符号によって判別できる。この式を2次方程式の「判別式」といい、ふつう「D」で表す。

[2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の実数解の個数]

$D > 0$ の場合

$D = b^2 - 4ac$
「＞」0 のとき

異なる「2」個の
実数解をもつ

$D = 0$ の場合

$D = b^2 - 4ac$
「＝」0 のとき

「1」個の実数解
(重解)をもつ

$D < 0$ の場合

$D = b^2 - 4ac$
「＜」0 のとき

実数解を
「もたない」

Gemini Notebook

Mission 2: 判別式Dを使って、実数解の個数を求めよ！

⚠ Check:
a, b, c にマイナスの数があるときは（　）を忘れずに！

【例6】次の2次方程式の実数解の個数を求めてみよう。

(1) $2x^2 + 3x - 1 = 0$

判別式をDとすると、　$D = (\square)^2 - 4 \cdot (\square) \cdot (\square) = 0$

であるから「$\square$」個

(2) $x^2 + 10x + 25 = 0$

判別式をDとすると、　$D = (\square)^2 - 4 \cdot (\square) \cdot (\square) = 0$

であるから「$\square$」個

(3) $3x^2 - 4x + 2 = 0$

判別式をDとすると、　$D = (\square)^2 - 4 \cdot (\square) \cdot (\square) = 0$

であるから「$\square$」個

Gemini Notebook

Quest: 自力で実数解の個数を求めよ！

【問5】次の2次方程式の実数解の個数を求めよ。

(1) $x^2 + 4x - 2 = 0$

(2) $x^2 - 2x + 4 = 0$

(3) $2x^2 - 7x + 6 = 0$

(4) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

Gemini Notebook

Mission 3: 定数 m を含む2次方程式

Check Point!

【定数 m を含む問題とは？】

「解そのものを求める」のではなく、「条件を満たすような m の範囲」を求める問題！

→ つまり、判別式 D を作って、<u>不等式・方程式を解く</u> ことがゴール！

【最重要！条件の対応表】

- 「実数解をもつ」ための条件　　→
- 「重解をもつ」ための条件　　→
- 「実数解をもたない」ための条件 →

【Hint💡】
「実数解をもつ」には、「異なる2個（$D > 0$）」と
「1個＝重解（$D = 0$）」の両方が含まれる！
だから $D > 0$ ではなく、「　　」になるよ！

Gemini Notebook

Boss Level: 例題1

【例題 1】2 次方程式 $2x^2+4x+m=0$ が実数解をもつとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

判別式 D を作る

↓

条件を式にする

↓

m について解く

【解】

2 次方程式 $2x^2+4x+m=0$ の判別式を D とする。

実数解をもつための条件は、「 $D \geqq 0$ 」が成り立つことである。

$$D=(\ 4\ )^2-4\cdot(\ 2\ )\cdot(\ m\ )=16-8m$$

であるから $16-8m \geqq 0$

これを解いて

$-8m \geqq -16$ ← (← ÷(−8) するので、不等号の向きが「 逆 」になる！)

$m \leqq 2$

Gemini Notebook

【問6】２次方程式 $x^2+3x+m=0$ の解が次の条件を満たすとき、定数 m の値、または m の値の範囲を求めよ。

【準備】判別式 D を計算しよう！

$$D=(\quad)^2-4\cdot(\quad)\cdot(\quad)=$$

(1) 実数解をもつ

条件は「　　」

$\geqq 0$

これを解いて

m

(2) 重解をもつ

条件は「　　」

$=0$

これを解いて

m

(3) 実数解をもたない

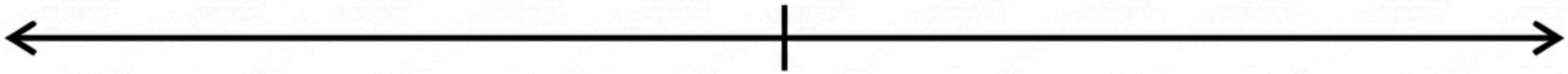
条件は「　　」

<0

これを解いて

m

【数直線で視覚化！】
(1)は(2)を含んでいることに注目！



Gemini Notebook

Save Point: この単元の最強まとめ

【判別式 $D=$ 的使い分けマスター表】

判別式 D の符号	実数解の個数	定数問題の条件
$D>0$	異なる 2 個	
$D=0$	1 個（重解）	重解をもつ条件
$D<0$	0 個	実数解をもたない条件

★「実数解をもつ」条件は　$D \geqq 0$　（重解も含む！）

［Hint💡 なぜ判別式が便利なの？］
解の公式を最後まで計算して $x=\cdots$ を求めなくても、ルートの中身（D）の符号を見るだけで、瞬時に個数や条件がわかるのが最大のメリット！

Gemini Notebook

【Quest Clear! 振り返りシート】

今の自分のレベルをチェックしよう！当てはまるものに ✓ を入れよう。

Mission Complete
Quest Clear!

［第１回のチェック］

- □ 実数解の意味が分かった
- □ 重解の意味が分かった
- □ 判別式 D を計算できる
- □ D の符号から実数解の個数を判断できる
- □ 問５のような問題が解ける

［第２回のチェック］

- □ 実数解をもつ条件 $D \geqq 0$ を使える
- □ 重解の条件 $D = 0$ を使える
- □ 実数解をもたない条件 $D < 0$ を使える
- □ m について不等式を解ける（マイナスで割るときの向きに注意できた）
- □ 問６のような問題が解ける

【My Quest Log（気づき・メモ）】

・わかったこと、新しく覚えたこと
・自分のミスしやすい点（例：マイナスの計算、不等号の向き など）
・次に気を付けたいこと

Gemini Notebook