第3章 図形と方程式

～2節 円の方程式～

コンパスの「中心」と「半径」のルールをマスターしよう！

第1回 授業日：　　月　　日（　）　　第2回 授業日：　　月　　日（　）

学年：　　組：　　氏名：

NotebookLM

本日のミッション（2日間の全体マップ）

Level 1:
基本のルール (中心と半径)

傾きはそのまま！

これが基本の設計図！

Level 2 & Boss:
点を通る円・直径の両端

推理ゲームスタート！

推理ゲームスタート！

Level 3:
展開された式から見つけ出せ！

平方完成の魔法！

Final Boss:
3つの点を通る円

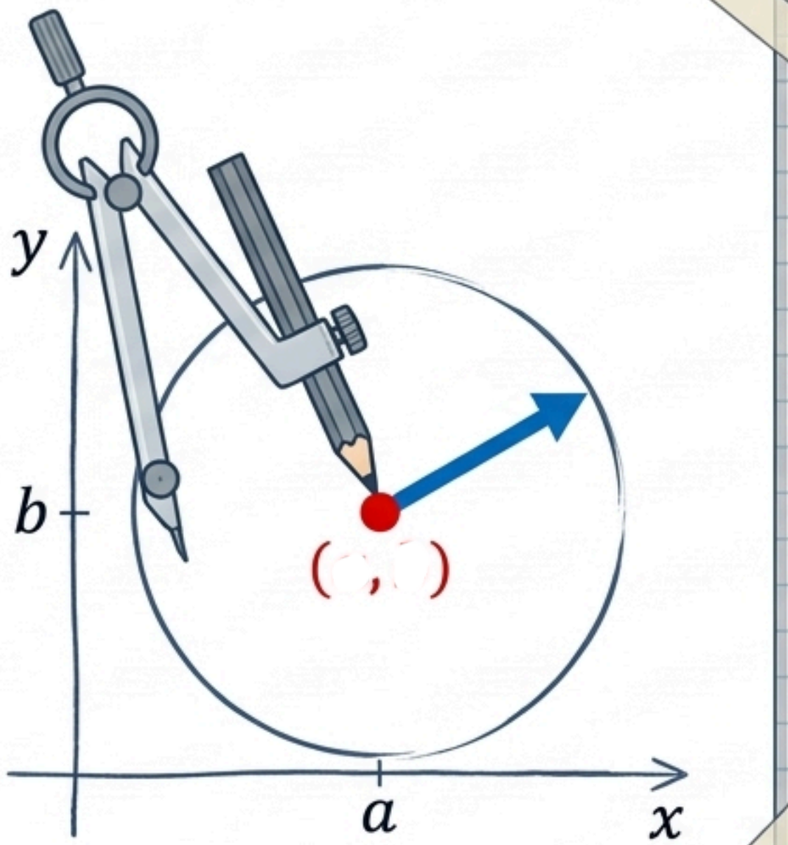
連立方程式との最終決戦！

円の方程式は、「中心」と「半径」さえ見つければ絶対にクリアできるよ！

NotebookLM

Level 1: 円の方程式の基本の形

中心の位置と半径の大きさが与えられると、円は1つに決まる！



Formula Block

一般に、次のことが成り立つ。
点 (a, b) を中心とし、半径が r の円の方程式は：

$$(x-\square)^2+(y-\square)^2=\square^2$$

とくに、原点 (0, 0) を中心とする場合は：

$$x^2+y^2=r^2$$

例1：点 C(2, 4) を中心とし、半径が 3 の円の方程式

$$(x-\ \ )^2+(y-\ \ )^2=$$

例2：点 C(3, 4) を中心とし、半径が 5 の円の方程式

$$(x-\ \ )^2+(y-\ \ )^2=$$

すなわち $(x-\ \ )^2+(y-\ \ )^2=$

NotebookLM

問1・問2：実践ミッション（基本の形）

問１ 次の円の方程式を求めよ。

(1) 中心が点 $(-3,\ 2)$、半径が 4

解答：$\{x-\quad\}+(y-\quad)=$

すなわち $(x\quad)+(y\quad)=$

(2) 中心が原点、半径が $\sqrt{3}$

解答：$\quad+\quad=(\quad)$

すなわち $\quad=$

問２ 次の円の中心と半径を求めよ。

(1) $(x-3)^2+(y-1)^2=16$

解答：$\quad=\quad^2$ より、中心は点 $(\quad,\quad)$、

半径は

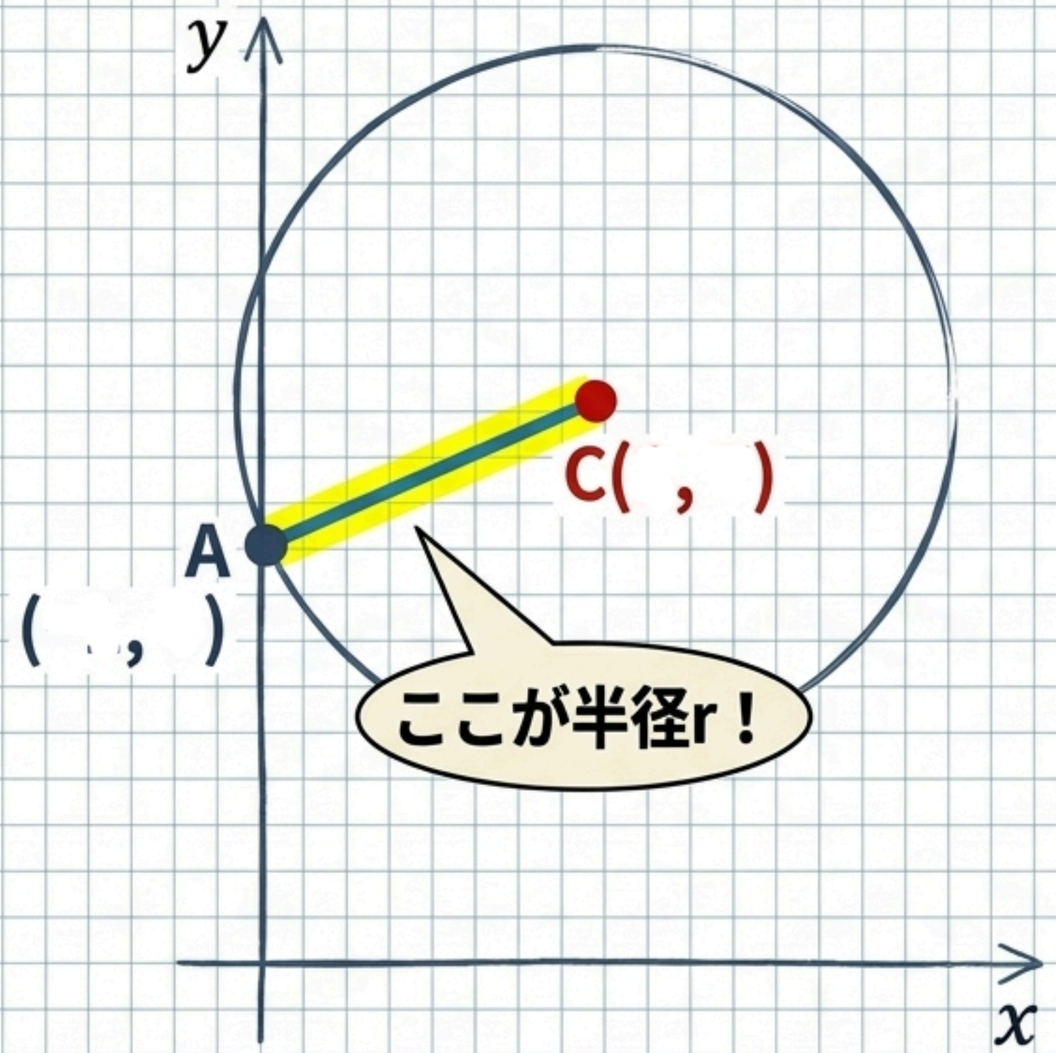
(2) $x^2+(y+5)^2=10$

解答：$(x\quad)^2+\{y\quad\}^2=(\sqrt{\quad})^2$ より、

中心は点 $(\quad,\quad)$、半径は

NotebookLM

Level 2: 中心と「通る点」から半径を推理せよ！



例3：点 C(3, 7) を中心とし、
点 A(−1, 4) を通る円の方程式

半径を r とすると、点Cから点Aまでの距離が半径になる！

$$r = CA = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2} = 5$$

であるから、求める方程式は

$$(x \quad)^2 + (y \quad)^2 =$$

⚠ 2点間の距離の公式のおさらい！

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

を使って長さを出そう！

NotebookLM

問3：実践ミッション（中心と通る点）

問3：点 C(−4, 5) を中心とし、点 A(2, 3) を通る円の方程式を求めよ。

《解答》

半径を r とすると

$$r = CA = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2}$$

$$= \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} =$$

であるから、求める方程式は

$$(x\quad)^2 + (y\quad)^2 = \quad$$

NotebookLM

Boss Level 1:「直径の両端」から中心と半径を暴け！

重要ルール: 2点が　　ならば、円は1つに決まる！

例題1: 2点 A(-2, 3)、B(6,9) を直径の両端とする円の方程式

① まずは中心 C(a, b) を探す！（中心Cは線分ABの中点）

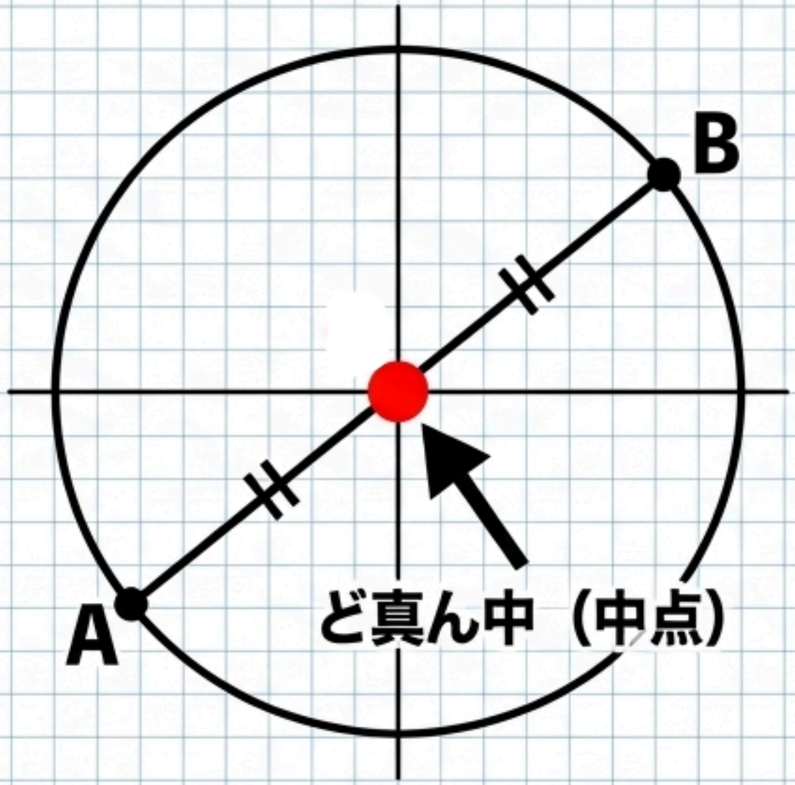
$a = \dfrac{-2+6}{\quad} =$　　$b = \dfrac{3+9}{\quad} =$　　よって C(　,　)

② 次に半径 r を探す！（r = CA の距離）

$r = \sqrt{(-2-\quad)^2 + (3-\quad)^2} =$

③ 必殺技（方程式）完成！

$(x\quad)^2 + (y\quad)^2 =$



NotebookLM

問4：実践ミッション（直径の両端）

問4：2点 $A(2,1)$、$B(6,3)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

《解答》 求める円の中心を $C(a,b)$、半径を r とする。

① 中心Cは線分ABの中点であるから

$a = \frac{\square}{\square} = \square$　　$b = \frac{\square}{\square} = \square$　　よって $C(\square, \square)$

② また、$r = CA$ であるから

$r = \sqrt{(\square)^2 + (\square)^2} = \sqrt{\square}$

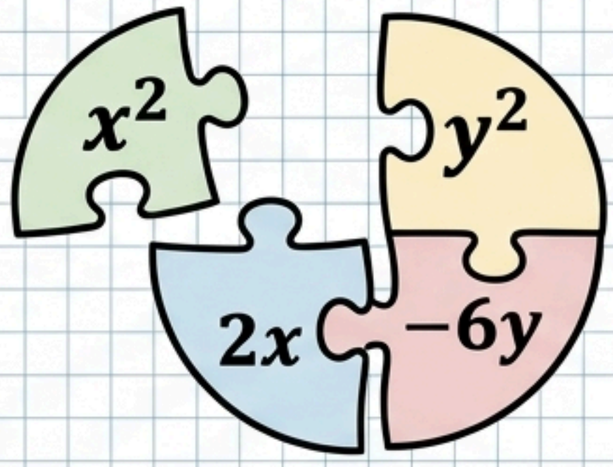
③ したがって、求める円の方程式は

$(x \square)^2 + (y \square)^2 = \square$

NotebookLM

Level 3: バラバラの式から円を見つけ出せ！（展開形）

$x^2+y^2+lx+my+n=0$ の形を変形（平方完成）して、
中心と半径を見つけよう！



例4：方程式 $x^2+y^2+2x-6y-6=0$ の表す図形

与えられた方程式の順番を整理して変形すると…

$$(x^2\ \ ) + (y^2\ \ ) = 6$$

$$(x\ \ )^2 - \ \ ^2 + (y\ \ )^2 - \ \ ^2 = 6$$

すなわち $(x\ \ )^2 + (y\ \ )^2 = \ \ ^2$

結論：よって、中心（　，　）、半径　の円！

ワンポイント助言：
xとyのそれぞれで、
「半分の2乗を引く」
平方完成を落ち着いて
やろう！

NotebookLM

問5：実践ミッション（図形を図示せよ）

問5：次の方程式の表す図形を図示せよ。

(1) $x^2+y^2+4x+6y+12=0$

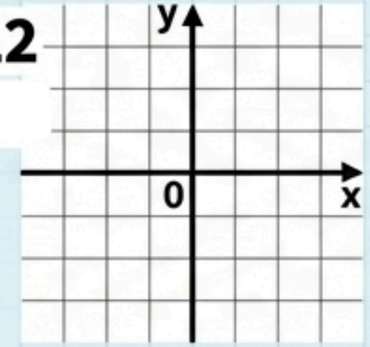
解答：$(x^2+4x)+(y^2+6y)=-12$

$(x\quad)^2-\quad^2+(y\quad)^2-\quad^2=$

すなわち $(x\quad)^2+(y\quad)^2=\quad^2$

中心 (　，　)、半径　の円

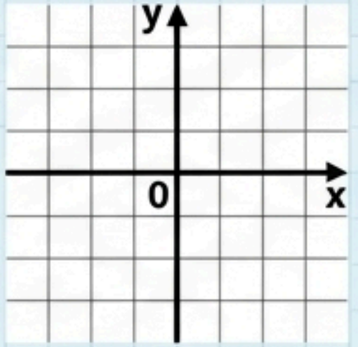
（※図は右図に記入）



(2) $x^2+y^2-8x+2y+13=0$

解答：$(x\quad)^2+(y\quad)^2=\quad^2$

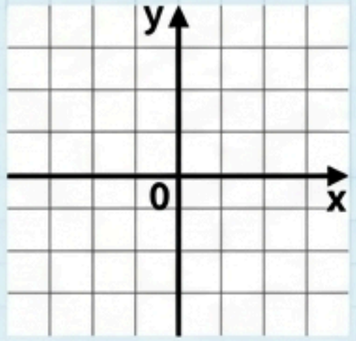
中心 (　，　)、半径　の円



(3) $x^2+y^2+6x=0$

解答：$(x\quad)^2+y^2=\quad^2$

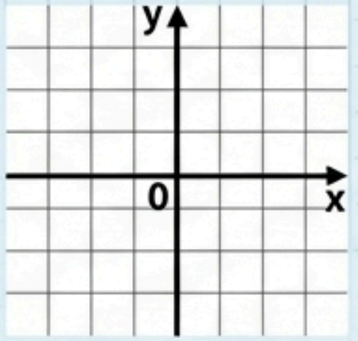
中心 (　，　)、半径　の円



(4) $x^2+y^2-2y-3=0$

解答：$x^2+(y\quad)^2=\quad^2$

中心 (　，　)、半径　の円



NotebookLM

Final Boss: 3点を通る円（連立方程式の極意）

重要ルール：一直線上にない3点を通る円は1つに決まる！

例題2：3点 A(1, 0), B(4, −1), C(4, 3) を通る円

解法のステップ：$x^2+y^2+lx+my+n=0$ に代入だ！

点Aを通る：　　$=0$

点Bを通る：　　$=0$

点Cを通る：　　$=0$

整理すると：

……①

……②

……③

②－①から　$3l-m=$　　……④

③－①から　$3l+3m=$　　$(l+m=$　　$)$ ……⑤

④、⑤を解くと　$l=$　　$,\ m=$　　$,\ n=$

答え：

NotebookLM

問6：最終ミッション（3点を通る円）

問6：3点 A(2, 0), B(3, -1), C(5, 1) を通る円の方程式を求めよ。

《解答》

$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ とおく。

Aを通る：［　　］$= 0$

Bを通る：［　　］$= 0$

Cを通る：［　　］$= 0$

整理すると：

［　　］$=$ ［　　］ ……①

［　　］$=$ ［　　］ ……②

［　　］$=$ ［　　］ ……③

②－①から：　$l - m =$ ［　　］ ……④

③－①から：　$3l + m =$ ［　　］ ……⑤

④、⑤を解いて：$l =$ ［　　］, $m =$ ［　　］

①に代入して：　$n =$ ［　　］

よって、求める円の方程式は：［　　］

NotebookLM

エピローグ：本日のまとめ＆豆知識

三角形と円のヒミツ：

三角形の3つの頂点を通る円を、その三角形の［　　］といい、
その中心を［　　］という！

例題2の振り返り：

先ほど求めた円の方程式 $x^2+y^2-6x-2y+5=0$ は、
$(x$［　　］$)^2+(y$［　　］$)^2=$［　］と変形できるから、
△ABCの外心の座標は（［　］,［　］）である！



数学の「円」は、中心と半径の謎解きパズル。
これで『円の方程式』の基本ルールはコンプリート！

NotebookLM

本日の振り返り（Reflection）

第1回（Day 1）振り返り

今日の授業の理解度（チェックを入れてください）

☐ ばっちり！一人で解ける！

☐ だいたいわかった（少し練習が必要）

☐ もう少し復習が必要・質問したい

今日わかったこと、新しく覚えた言葉、ミスしやすいポイントを書いてみよう

.....

.....

.....

.....

.....

第2回（Day 2）振り返り

今日の授業の理解度（チェックを入れてください）

☐ ばっちり！一人で解ける！

☐ だいたいわかった（少し練習が必要）

☐ もう少し復習が必要・質問したい

今日わかったこと、新しく覚えた言葉、ミスしやすいポポイントを書いてみよう

.....

.....

.....

.....

.....

🏆✅ 2日間お疲れ様でした！

NotebookLM